1 (1) $f(x)=x^3-3x^2+6\ (0\leqq x\leqq 3)$

$f'(x)=3x(x-2)$

x	0	$\cdots$	2	$\cdots$	3
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

//

(2) $f(0)=f(3)=6$, $f(2)=2$ より

$2\leqq f(x)\leqq 6$ //

(3) $a>1$ のとき, $g(x)$ は増加関数だから

$m(a)=\log_a 2$ //

(4) $0<a<1$ のとき, $g(x)$ は減少関数だから

$m(a)=\log_a 6$ //

(5) $a>1$ のとき $\log_a 2>0$ だから

$\log_a 2=2$

$a^2=2$

$a>0$ より　$a=\sqrt{2}$ //

$0<a<1$ のとき　$\log_a 6<0$ だから

$\log_a 6=-2$

$a^{-2}=6$

$a>0$ より　$a=\dfrac{1}{\sqrt{6}}$ //

2 (1) $y=\{x-(a+1)\}^2-a^2-2a$ より

$P(a+1,\ -a^2-2a)$ //

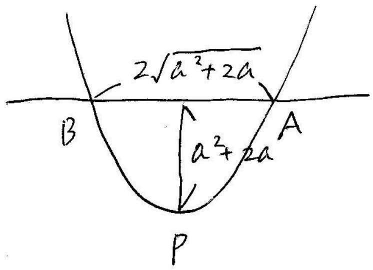
(2) $-a^2-2a<0$ より

$a(a+2)>0$

$\therefore\ a<-2,\ a>0$ //

(3) $x^2-2(a+1)x+1=0$ より

$x=a+1\pm\sqrt{a^2+2a}$



したがって，右図より，△PABが

正三角形のとき

$\sqrt{a^2+2a}:(a^2+2a)=1:\sqrt{3}$

$\therefore\ 1:\sqrt{a^2+2a}=1:\sqrt{3}$

すなわち

$a^2+2a=3$ ----- ②

$\therefore\ a=1,\ -3$ //

(4) ②より

$S_1=\frac{1}{6}(2\sqrt{a^2+2a})^3=\frac{1}{6}(2\sqrt{3})^3=4\sqrt{3}$

$S_2=\frac{1}{2}(2\sqrt{a^2+2a})^2\sin 60^\circ=\frac{1}{2}(2\sqrt{3})^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

$\therefore\ S_1:S_2=4:3$ //

3 (1) $f(1)=1\cdot 2\cdot 3\cdots k(k+1)=(k+1)!$ //

(2) $f(m)=\dfrac{(m+k)!}{(m-1)!}$ だから

$$f(m+1)-f(m)=\frac{(m+k+1)!}{m!}-\frac{(m+k)!}{(m-1)!}$$

$$=\frac{(m+k+1)!-(m+k)!\cdot m}{m!}$$

$$=\frac{(m+k)!(k+1)}{m!}$$

したがって

$g(m)=(m+1)(m+2)\cdots\cdots(m+k)$ //

(3) $f(m)-f(1)=(k+1)\sum_{i=1}^{m-1}g(i)$ //

(4) (2)より $g(i)$ は連続した k 個の自然数の積であるが、

仮定より

$g(i)$ は $k!$ で割り切れる

$\therefore \sum_{i=1}^{m-1}g(i)$ は $k!$ で割り切れる.