問1（A, B共通）

(1) 表の枚数が 0, 1, 2, 3 の確率はそれぞれ

$$\frac{1}{2^7},\ \frac{7}{2^7},\ \frac{21}{2^7},\ \frac{35}{2^7}$$

$$\frac{1}{2^7}+\frac{7}{2^7}+\frac{21}{2^7}=\frac{29}{128}<0.3,\quad \frac{1}{2^7}+\frac{7}{2^7}+\frac{21}{2^7}+\frac{35}{2^7}=0.5 \text{ だから}$$

$x=3$　　　　　　　　ア：3

(2) 3倍角の公式より，与えられた関数は

$$y=\sin 3\theta+1$$

したがって，周期は

$$360^\circ\times\frac{1}{3}=\frac{2}{3}\times180^\circ$$　　　　イ：2

(3) $\dfrac{1}{a_{n+1}}=-\dfrac{1}{a_n}+4$ より

$$\frac{1}{a_{n+1}}-2=-\left(\frac{1}{a_n}-2\right)$$

$$\therefore\ \frac{1}{a_{10}}-2=3\cdot(-1)^9$$

したがって　$a_{10}=-1$　　　　ウ：-1

(4) 解と係数の関係より

$$(a+bi)+(c+di)=-\frac{\sqrt{2}}{i}$$

$$(a+c)+(b+d)i=\sqrt{2}\,i$$

$a+c$, $b+d$ は実数だから

$$b+d=\sqrt{2}$$

したがって，$b+d$ より大きい最小の整数は

2　　　　　　　　エ：2

問2 (B)

(1) 展開式の1つの項は

$$ {}_{100}C_n (3^{\frac{1}{3}} x)^n (2^{\frac{1}{2}})^{100-n} $$

係数が整数になるとき, n は6の倍数である。

$100 \div 6 = 16 \cdots 4$ だから, 係数が整数になる項は

$n = 0, 6, 12, \cdots, 6 \times 16$

の17個。

$\boxed{オ:17}$

(2)
$$ \frac{\cos^n\theta - \sin^n\theta}{\cos^n\theta + \sin^n\theta} = \frac{1 - \tan^n\theta}{1 + \tan^n\theta} = \frac{\frac{1}{\tan^n\theta} - 1}{\frac{1}{\tan^n\theta} + 1} $$

$\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ のとき, $0 < \frac{1}{\tan\theta} < 1$ だから

$$ \lim_{n \to \infty} \frac{1}{\tan^n\theta} = 0 $$

$$ \therefore \lim_{n \to \infty} \frac{\cos^n\theta - \sin^n\theta}{\cos^n\theta + \sin^n\theta} = \frac{0-1}{0+1} = -1 $$

$\boxed{カ:-1}$

(3)
$$ \int_e^{2e} \frac{e}{x(3e - x)} dx = \int_e^{2e} \frac{1}{3}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x - 3e}\right) dx $$

$$ = \frac{1}{3}\Big[\log|x| - \log|x - 3e|\Big]_e^{2e} $$

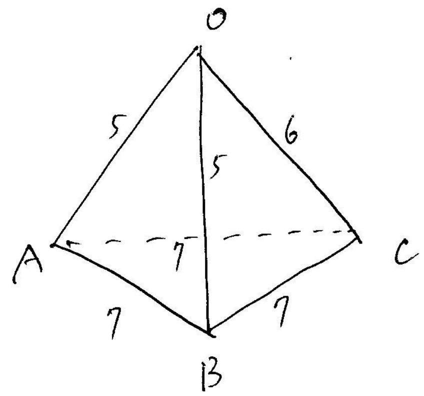
$$ = \frac{2}{3}\log 2 $$

したがって

与式 $= 2$

$\boxed{キ:2}$

問3（A，B共通）



(1) $\vec{OA}\cdot\vec{OB} = OA\cdot OB\cos\angle AOB$

$$= \frac{OA^2+OB^2-AB^2}{2} = \frac{1}{2} \qquad \boxed{ク：2}$$

$$\vec{OB}\cdot\vec{OC} = \frac{OB^2+OC^2-BC^2}{2} = 6 \qquad \boxed{ケ：6}$$

(2) 点Hは平面ABC上にあり，この四面体は平面OCHに関して対称だから

$$\vec{OH} = \alpha\vec{OA}+\alpha\vec{OB}+(1-2\alpha)\vec{OC}$$

とおける。OH⊥BCだから

$$\vec{OH}\cdot\vec{BC} = (\alpha\vec{OA}+\alpha\vec{OB}+(1-2\alpha)\vec{OC})\cdot(\vec{OC}-\vec{OB}) = 0$$

(1)と四面体の対称性より

$$\vec{OA}\cdot\vec{OB} = \frac{1}{2},\quad \vec{OA}\cdot\vec{OC} = \vec{OB}\cdot\vec{OC} = 6$$

であるから

$$6\alpha+6\alpha+36(1-2\alpha)-\frac{1}{2}\alpha-25\alpha-6(1-2\alpha)=0$$

$$\therefore\ \alpha = \frac{20}{49}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} コ：20 \\ サ：20 \\ シ：9 \end{array}}$$

したがって

$$\vec{OH} = \frac{20}{49}\vec{OA}+\frac{20}{49}\vec{OB}+\frac{9}{49}\vec{OC}$$

(3) $\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot 7\cdot 7\sin 60^\circ = \frac{49\sqrt{3}}{4}$

$$OH = \frac{1}{49}\sqrt{|20\vec{OA}+20\vec{OB}+9\vec{OC}|^2} = \frac{14\sqrt{141}}{49}$$

したがって，四面体OABCの体積は

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{49\sqrt{3}}{4}\cdot\frac{14\sqrt{141}}{49} = \frac{7\sqrt{47}}{2} \qquad \boxed{ス：47}$$

問4 (B)

$A(0,1)$, $P(t,-e^t)$, $Q(x,y)$ とすると

$$\begin{cases} x = \dfrac{2\times 0 + 1\times t}{3} = \dfrac{t}{3} & \cdots\cdots ① \\ y = \dfrac{2\times 1 + 1\times(-e^t)}{3} = \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{3}e^t & \cdots ② \end{cases}$$

① より　$t = 3x$

② に代入して

$$y = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}e^{3x}$$

セ	2
ソ	−1
タ	3

$y = e^{2x}$ との交点は

$$e^{2x} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}e^{3x}$$

$$e^{3x} + 3e^{2x} - 2 = 0$$

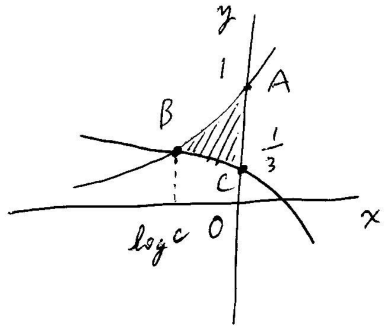
$$(e^x+1)(e^{2x}+2e^x-2) = 0$$

$e^x > 0$ だから

$$e^x = -1+\sqrt{3}$$

$$\therefore\ x = \log(-1+\sqrt{3})$$

チ	−1
ツ	3



右図より

$$S = \int_{\log c}^{0} \left\{ e^{2x} - \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}e^{3x} \right) \right\} dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}e^{3x} \right]_{\log c}^{0}$$

$$= \frac{11}{18} - \frac{1}{2}e^{2\log c} + \frac{2}{3}\log c - \frac{1}{9}e^{3\log c}$$

$$= \frac{11}{18} - \frac{1}{2}c^2 + \frac{2}{3}\log c - \frac{1}{9}c^3$$

テ	2
ト	−1
ナ	−1

$y = f(x)$ は上に凸, $y = e^{2x}$ は下に凸だから

$$S < \triangle ABC$$

$$\therefore\ S < \left| \frac{1}{3}\log c \right|$$

ニ	上
ヌ	下
ネ	<