早稲田大学　人間科学部　数学（Ｂ方式）　解答例

【問１】　⑴　ア：43　　⑵　イ：11　ウ：10　エ：－11　オ：4

【問２】　カ：16

【問３】　キ：3　ク：2　ケ：2

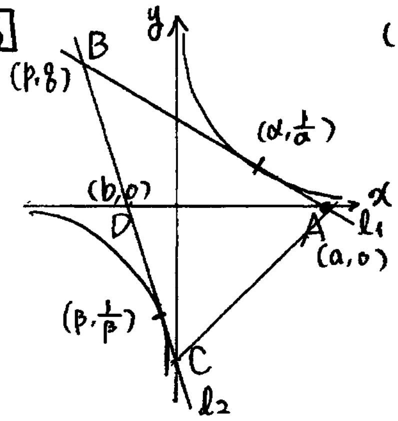
【問４】　コ：0　サ：5　シ：7

【問５】　ス：1　セ：4　ソ：5　タ：12　チ：6　ツ：1

【問６】　テ：－2　ト：－1　ナ：1　ニ：－1　ヌ：2

【問７】　ネ：－1　ノ：2　ハ：－2

$\boxed{6}$



(b,0)をDとすると

$\triangle ABC = \frac{1}{2} AD \times (B_y - C_y)$

$y = \frac{1}{x}$ より $y' = \frac{-1}{x^2}$

ℓ_1は $y = \frac{-1}{\alpha^2}(x-\alpha) + \frac{1}{\alpha} = \frac{-1}{\alpha^2}x + \frac{2}{\alpha}$

(a,0)を通るので $\alpha = \frac{a}{2}$

ℓ_2からは同様に $y = -\frac{1}{\beta^2}x + \frac{2}{\beta}$ $\therefore \beta = \frac{b}{2}$

ℓ_1, ℓ_2の交点を(p,q)とすると

$p = \frac{2\alpha\beta}{\alpha+\beta}$ さらに $q = \frac{2}{\alpha+\beta}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2}(a-b)\left\{\frac{2}{\alpha+\beta} - \frac{2}{\beta}\right\}$

$= \frac{1}{2}\cdot 2 \times \frac{-\alpha}{\beta(\alpha+\beta)}\cdot(a-b) = -2\cdot\frac{a}{b}\times\frac{a-b}{a+b}$

$\frac{a}{b} = t$ ($a>0, b<0$ より $t<0$) として

$f(t) = \triangle ABC = -2t\cdot\frac{t-1}{t+1} = \frac{\underline{-2}\,(t\underline{-1})t}{t+\underline{1}}$ テ) ト) ナ)

これを t で微分して $f'(t) = -2\cdot\frac{t^2+2t-1}{(t+1)^2}$

よって $t = \underline{-1}-\underline{\sqrt{2}}$ ニ) ヌ)

のとき $f(t)$ は極小かつ最小となる

$\boxed{7}$ $(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k x^k$

両辺を x で微分すると

$n(1+x)^{n-1} = \sum_{k=1}^{n} k\, {}_nC_k x^{k-1}$

さらに x で微分して

$n(n-1)(1+x)^{n-2} = \sum_{k=2}^{n} k(k-1)\, {}_nC_k x^{k-2}$

$x=1$ のとき

$n(n-1)\cdot 2^{n-2} = A_n$ …①

$(1-x)^n = \sum_{k=0}^{n} {}_nC_k (-x)^k$

$\int_0^1 (1-x)^n dx = \sum_{k=0}^{n} \int_0^1 {}_nC_k (-x)^k dx$

$= \sum_{k=0}^{n} (-1)^k {}_nC_k \int_0^1 x^k dx$

$\frac{1}{n+1} = B_n$ …②

①,②より

$A_n \times B_{n-1} = n(n-1)\cdot 2^{n-2} \times \frac{1}{n}$

$= (n\underline{-1})\,\underline{2}^{n\underline{-2}}$

ネ) ノ) ハ)