早稲田大学 商学部 数学 解答例

1 (1) $\dfrac{-1+\sqrt{13}}{2}$

(2) $(a, b, n) = (17, 2, 6)$

(3) $P(x) = 3x$

(4) $m = 4$.

2 (1) ある正の整数 k が存在して

$a_k\left(\dfrac{i}{n}\right) = 0$ をみたすとは.

$i, 2i, 2^2 i, 2^3 i, \cdots\cdots$ の中で

n でわりきれるものがある

つまり $\dfrac{i}{n} = \dfrac{l}{2^m}$

とかける整数 m, l が存在.

$(l = 1, 2, \cdots 2^m - 1)$

$\dfrac{1}{12}, \dfrac{2}{12}, \dfrac{3}{12}, \dfrac{4}{12}, \dfrac{5}{12}, \dfrac{6}{12}, \dfrac{7}{12}, \dfrac{8}{12}, \dfrac{9}{12}, \dfrac{10}{12}, \dfrac{11}{12}$,

$\dfrac{3}{12} = \dfrac{1}{2^2}$, $\dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2^1}$, $\dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{2^2}$

$S_{12} = \left\{\dfrac{3}{12}, \dfrac{6}{12}, \dfrac{9}{12}\right\}$

(2) $2^{10} < 2018 < 2^{11}$ より

(＊) $\dfrac{1}{1024}, \dfrac{2}{1024}, \dfrac{3}{1024}, \cdots, \dfrac{1023}{1024}$.

の 1023 コは全て S_{1024} の要素

$S_1 \sim S_{1023}$ の要素は必ず (＊) の中に含まれる。

$1025 \leqq n \leqq 2018$ のとき.

(＊) 以外で $\dfrac{i}{n} = \dfrac{l}{2^m}$ の形になるものは含まれない。

よって. 1023コ.

$\boxed{3}$ $a_n \equiv \dfrac{a_{n+1}+a_{n+2}}{2} \pmod 9$

(1)

$a_1 \equiv 1,\ a_2 \equiv 2$ を考える

$a_{n+2} \equiv 2a_n - a_{n+1}$

（以下 mod 9）

$a_3 \equiv 2a_1 - a_2 \equiv 0$

（$A_3 = P_9$ である）

$a_4 \equiv 2a_2 - a_3 \equiv 4$

（$A_4 \equiv P_4$ である）

$a_5 \equiv 2a_3 - a_4 \equiv -4 \equiv 5$

$a_6 \equiv 2a_4 - a_5 \equiv 3$

$a_7 \equiv 2a_5 - a_6 \equiv 7$

$a_8 \equiv 2a_6 - a_7 \equiv -1 \equiv 8$

$a_9 \equiv 2a_7 - a_8 \equiv 6$

$a_{10} \equiv 2a_8 - a_9 \equiv 10 \equiv 1$

$a_{11} \equiv 2a_9 - a_{10} \equiv 2$

以後 1, 2, 0, 4, 5, 3, 7, 8, 6 のくり返し

$A_{15} \equiv P_3$　$k = 3$

(2) $a_{n+2} \equiv 2a_n - a_{n+1}$

(1)の例は、a_1 と a_2 が1の差があるときと考え Ⓐパターン

$a_1 \equiv 3,\ a_2 \equiv 4$ のときも同様に $P_1 \sim P_9$ のすべての点を経験できる。

$a_1 \equiv 1,\ a_2 \equiv 3$ のように差が2のとき　Ⓑパターン

$a_3 \equiv 8,\ a_4 \equiv 7$, ここで差が1となり、この後(1)同様に $P_1 \sim P_9$ のすべての点を経験できる。

Ⓒパターン

$a_1 \equiv 1,\ a_2 \equiv 4$ のように差が3のとき、$a_3 \equiv 7,\ a_4 \equiv 1,$

$a_5 \equiv 4$ 以後 1, 4, 7, のくり返し

Ⓓパターン

$a_1 \equiv 1,\ a_2 \equiv 5$ のように差が4のとき $a_3 \equiv 6$, 差が1となり $P_1 \sim P_9$ のすべてを経験できる。

Ⓒパターンになればよく $\{2, 5, 8\}, \{3, 6, 9\}$ から異なる2数を選んだとき $6+6 = 12$ コ